

# SUR LA DÉCOMPOSABILITÉ EMPIRIQUE DES INDICATEURS DE PAUVRETÉ

GANE SAMB LO & COLLABORATEURS

ABSTRACT. Nous étudions la décomposition empirique des indicateurs de pauvreté. Cette propriété est très importante et pratique dans le cadre de la lutte contre la pauvreté. En effet, elle permet de mettre en place des politiques sectorielles de réduction de pauvreté sur la base d'une stratification pertinente fixée au départ. L'impact simultané de ces politiques mesuré par des gains de réduction sur l'ensemble de la population, est alors obtenue en agrégeant les gains obtenus au niveau de chaque strate par une formule relativement simple. Il se trouve que des indicateurs aussi importants que ceux de Sen et de Shorrocks ne vérifient pas cette propriété contrairement aux éléments de la classe de Foster - Greer et Thorbecke. Grâce aux données de l'Enquête Sénégalaise Auprès des Ménages (ESAM) de 1996, nous montrons que le défaut de décomposabilité de ces indicateurs sur la variable revenu, pour plusieurs type de stratification de la population, est pratiquement nul, de l'ordre d'un à deux pour mille. Ceci permet d'utiliser la décomposition des indicateurs de Sen et de Shorrocks sans conséquences facheuses.

## 1. INTRODUCTION

L'objectif de cette note est l'étude empirique de la décomposabilité des indicateurs de pauvreté, sur la base des données du Sénégal, précisément sur la base de données ESAM I de 1996. La pauvreté est un phénomène complexe dont l'exploration et l'analyse requièrent l'utilisation simultanée de plusieurs disciplines : l'économie, la sociologie, les statistiques, la médecine, etc. Les aspects quantitatifs, à coté des aspects qualitatifs, jouent un rôle important. L'appréciation quantitative se réalise par plusieurs indicateurs de pauvreté dont naturellement la prévalence de pauvreté, c'est-à-dire la proportion de pauvres dans la population étudiée.

Ces mesures de pauvreté sont basées sur le revenu ou la dépense des ménages. Dans la suite, la variable revenu ou dépense de la population étudiée de  $N$  ménages sera notée  $Y$  prenant les valeurs ordonnées :  $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ . Pour définir un ménage pauvre, on fait appel à un seuil ou ligne de pauvreté  $Z$  de sorte qu'un ménage  $j$  est déclaré pauvre si son revenu est inférieur à  $Z$ , c'est-à-dire

$$(1.1) \quad (j \text{ pauvre}) \iff (Y_j < Z)$$

Le nombre de ménages pauvres est le nombre  $Q$  tel que  $Y_Q < Z \leq Y_{Q+1}$ . Les revenus des pauvres sont  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_Q\}$ . La détermination du seuil est aussi une question complexe, ayant fait l'objet d'une multitude de discussions, suivant les approches utilisées : en termes de conditions de vie minimales, en termes de capacités, en termes de survie, etc. Le lecteur intéressé peut trouver une bonne base de discussion dans Ravallion [3]. Les indicateurs de pauvreté qui nous pré-occupent dans cet article sont des fonctions mathématiques des revenus des  $Q$  pauvres sous la forme

globale

$$(1.2) \quad P(Y, N, Q) = \frac{1}{\delta(H)\rho(L)} \sum_{j=1}^Q \beta(M, N, j) \gamma(e_j)$$

où  $e_j = (Z - Y_j)/Z$  est le déficit relatif de pauvreté du  $j^{\text{ème}}$  pauvre,  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $\rho$  et  $\gamma$  étant des fonctions données; H, L et M étant pris dans  $\{N, Q\}$ .

Il existe toute une axiomatique sur ces indicateurs depuis le travail de pionnier de Sen [1]. Il découle de ses travaux et d'autres chercheurs qu'un indicateur doit posséder certaines propriétés. D'autres propriétés non obligatoires sont aussi souhaitées. Une revue très complète de ces concepts se trouve dans [5].

Dans notre terminologie, l'indicateur est pondéré si le poids  $\beta(M, N, j)$  est non constant et variable avec  $j$ , tandis qu'il est non pondéré si  $\beta(M, N, j)$  est constant et égal à l'unité. Parmi la classe des indicateurs non pondérés, les plus connus sont certainement ceux de la classe de Foster, Greer et Thorbecke(1984) [4],

$$(1.3) \quad FGT(Y, N, Q, \alpha) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^Q \left( \frac{Z - Y_j}{Z} \right)^\alpha$$

où  $\alpha \geq 0$  est un paramètre non négatif. Pour  $\alpha = 0$ , cet indicateur se réduit à la proportion de pauvre  $Q/N$ ; pour  $\alpha = 1$ , il s'appelle intensité de pauvreté et pour  $\alpha = 2$ , l'aversion contre la pauvreté.

Parmi les indicateurs pondérés, nous retenons les plus célèbres. La mesure de Sen (1976)

$$(1.4) \quad SE(Y, N, Q) = \frac{2}{N(Q+1)} \sum_{j=1}^Q (Q-j+1) \left( \frac{Z - Y_j}{Z} \right)$$

et celle de Shorrocks (1995)

$$(1.5) \quad SH(Y, N, Q) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^Q (2N - 2j + 1) \left( \frac{Z - Y_j}{Z} \right)$$

Ces deux mesures affectent un poids plus accru pour les plus pauvres. Elles sont donc très adaptées pour détecter toute variation sur les plus pauvres. Nous prendrons cet échantillon de mesures pour notre banc d'essai d'études empiriques, à coté de la statistique de Ray(1989) [6], dépendant d'un paramètre  $\alpha \geq 0$  :

$$(1.6) \quad R(Y, N, Q) = \frac{g}{NZ} \sum_{i=1}^Q ((Z - Y_i)/g)^\alpha$$

où

$$(1.7) \quad g = \frac{1}{Q} \sum_{j=1}^Q (Z - Y_j)$$

est le déficit moyen de pauvreté globale.

Maintenant, nous allons nous focaliser sur une des propriétés des indicateurs, précisément la décomposabilité. Dans la section 2, qui suit, nous allons la définir

et surtout expliquer son importance et la grande attention que lui attachent tous les théoriciens de la pauvreté. Enfin dans la section 3, nous prouverons à l'aide de travaux numériques que **tous les indicateurs sont pratiquement décomposables**, c'est-à-dire qu'en les considérant comme décomposables, l'erreur commise est tout à fait négligeable par rapport à la variance des statistiques utilisées.

## 2. LA DECOMPOSABILITE

**2.1. Définition.** Supposons que la population étudiée est dévisée en  $K$  sous-groupes identifiables de tailles respectives  $N_1, N_2, \dots, N_K$  avec  $N_1 + N_2 + \dots + N_K = N$ , de nombres de pauvres (par rapport au même seuil  $Z$ ) respectifs  $Q_1, Q_2, \dots, Q_K$  avec  $Q_1 + Q_2 + \dots + Q_K = Q$ . Soit  $Y^i = \{Y_{i,1}, Y_{i,2}, \dots, Y_{i,N_i}\}$  le vecteur revenu du  $i^{\text{ème}}$  sous-groupe.

Si nous étudions un indicateur de pauvreté donné dont la valeur globale sur la population totale est  $P(N, Y, Q)$ , il peut aussi être évalué dans chaque groupe et sa valeur dans la  $i^{\text{ème}}$  sous-groupe est  $P(N_i, Y^i, Q_i)$ .

L'indicateur est dit décomposable si sa valeur globale  $P(N, Y, Q)$  est un barycentre de ses valeurs dans les sous-groupes  $P(N_i, Y^i, Q_i)$  (pour  $i=1,2,\dots,K$ ) affectées de poids positifs  $\omega_i(N_i)$  indépendants de la variable  $Y$ , c'est-à-dire

$$(2.1) \quad P(N, Y, Q) = \sum_{i=1}^{i=K} \omega_i P(N_i, Y^i, Q_i)$$

avec  $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_K = 1$ . Nous excluons de la décomposabilité les cas où le poids  $\omega_i$  dépend des observations  $Y$  et aussi de  $Q$ , car  $Q$  est fonction de celles-ci. La décomposabilité souhaitée est celle qui s'opère avec les  $\omega_i = N_i/N$  qu'on peut appeler décomposabilité proportionnelle ou additive.

**2.2. Importance de la décomposabilité.** L'importance de ce propriété est toute pratique. On peut en effet de travailler de manière sectorielle pour lutter contre la pauvreté. Il sera possible de fixer des catégories cibles, très fragiles et y combattre la pauvreté. Avec les statistiques officielles, des informations fiables sur les valeurs des poids peuvent être disponibles. Dans ce cas, toute réduction de la pauvreté  $\Delta P(N_i, Y^i, Q_i)$ , obtenue dans un sous-groupe, contribue exactement de  $\omega_i \Delta P(N_i, Y^i, Q_i)$  dans la réduction globale. A la rigueur, des équipes totalement indépendantes peuvent mener les politiques de réduction de la pauvreté dans ces sous-groupes, ou des programmes déconnectés peuvent y être implantés. A tout moment, l'acquis des ces différents programmes peut être ainsi mesuré

$$(2.2) \quad \Delta P(N, Y, Q) = \sum_{i=1}^{i=K} \omega_i \Delta P(N_i, Y^i, Q_i)$$

Ceci explique l'importance que les auteurs attachent à cette propriété. En effet, imaginons que le poids dépende aussi des observations  $Y$ . Sur une petite période au cours de la quelle, on suppose que les tailles ne bougent pas, nous aurons la formule

$$(2.3) \quad \Delta P(N, Y, Q) = \sum_{i=1}^{i=K} \omega_i(N_i, Y^i) \Delta P(N_i, Y^i, Q_i) + \sum_{i=1}^{i=K} \Delta \omega_i(N_i, Y^i) P(N_i, Y^i, Q_i)$$

Il faudrait alors une connaissance de la variation  $\Delta\omega_i(N_i, Y^i)$ , ce qui n'est pas toujours possible. Dans tous les cas, un travail théorique complémentaire est nécessaire.

**2.3. Décomposabilité des indicateurs usuels.** Les indicateurs de la classe de Foster-Greer-Thorbecke (FGT dans la suite) sont décomposables. En général, les indicateurs non pondérés de la forme

$$(2.4) \quad P(Y, N, Q) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^Q \gamma(e_j)$$

où  $\gamma$  est une fonction positive croissante, sont décomposables. Par contre, les indicateurs très importants de Sen et de Shorrocks ne sont pas décomposables, autrement dit le défaut de décomposabilité

$$(2.5) \quad D(Y, N, Q) = P(N, Y, Q) - \sum_{i=1}^{i=K} \omega_i P(N_i, Y^i, Q_i)$$

est non nul.

Ray(1989) obtient une décomposabilité qualifiée de non additive sous la forme

$$(2.6) \quad R(N, Y, Q) = \sum_{i=1}^{i=K} \frac{n_i}{N} \left(\frac{g_i}{g}\right)^{\alpha-1} R(N_i, Y^i, Q_i)$$

dans la quelle

$$(2.7) \quad g_i = \frac{1}{Q_i} \sum_{j=1}^{j=Q_i} (Z - Y_{i,j})$$

est le gap moyen de pauvreté dans la  $i^{\text{ème}}$  classe et

$$g = \sum_{i=1}^{i=K} \frac{n_i}{N} (Z - Y_j)$$

Ici le poids  $\omega_i = \frac{n_i}{N} \left(\frac{g_i}{g}\right)^{\alpha-1}$  dépend de la variable et donc ne rentre pas dans notre étude. Dans ce dernier cas, la formule (2.3) devient aussi compliquée que

$$(2.8) \quad \Delta R(N, Y, Q) = \sum_{i=1}^{i=K} \frac{n_i}{N} \left(\frac{g_i}{g}\right)^{\alpha-1} \Delta R(N_i, Y^i, Q_i) \\ + \sum_{i=1}^{i=K} (\alpha - 1) \frac{n_i}{N} \left(\frac{g\Delta g_i - g_i\Delta g}{g^2}\right) \left(\frac{g_i}{g}\right)^{\alpha-2} R(N_i, Y^i, Q_i)$$

Il est certain qu'on ne peut voir évaluer cette formule que par une étude approfondie.

Nous allons montrer dans la section suivante que le défaut de décomposabilité est presque nul pour les revenus de la base ESAM I, pour diverses stratifications.

### 3. ETUDE EMPIRIQUE DE LA DECOMPOSABILITE

Nous utilisons les données de la base de l'Enquete Sénégalaise Auprès des Ménages (ESAM I) qui a concerné N=3278 ménages. La variable REVTOT est constituée du revenu total du ménage. La variable EQADUL représente l'équivalence adulte du ménage. Nous travaillerons  $Y = \text{REVTOT}/\text{EQADUL}$ , le revenu annuel individualisé. Le seuil officiel de 392 francs CFA par jour est utilisé, ce qui donne  $Z = 392 \times 365$  francs par année.

Nous allons calculer le défaut de pauvreté

$$D(Y, N, Q) = P(N, Y, Q) - \sum_{i=1}^{i=K} \omega_i P(N_i, Y^i, Q_i)$$

pour diverses décompositions de la population pour les indicateurs de Sen et de Shorroch. Les résultats sont probants et concluent que ce défaut est très faible, entre un pour cent et deux pour milles.

**3.1. Décomposition par rapport aux dix régions. K=10** sous-groupes : Kolda, Dakar, Ziguinchor, Diourbel, Saint-Louis, Tamba, Kaolack, Thiès, Louga, Fatick

**Estimation du défaut de décomposabilité**

Type de mesures	mesures de Sen	mesure de Shorroch
Mesure décomposée	0,404	0,1706
mesure Globale	4,066	0,1872
défaut de décomposabilité	0,0026	0,0165

**3.2. Décomposition par rapport au genre du chef de ménage. K=2** sous-groupes : Male et Femelle

**Estimation du défaut de décomposabilité**

Type de mesures	mesures de Sen	mesure de Shorroch
Mesure décomposée	0,4056	0,1857
mesure Globale	4,066	0,1872
défaut de décomposabilité	0,001	0,0015

**3.3. Décomposition par rapport au genre du chef de ménage. K=7** sous-groupes : Wolof, Pular, Serer, Diola, Mandingue, Soninké, Autres Sénégalais, Africains.

**Estimation du défaut de décomposabilité**

Type de mesures	mesures de Sen	mesure de Shorroch
Mesure décomposée	0,4037	0,1825
mesure Globale	4,066	0,1872
défaut de décomposabilité	0,0029	0,004

**3.4. Décomposition par rapport à l'état matrimonial du chef de ménage. K=6** sous-groupes : célibataire, marié(e) monogame, marié(e) polygame, veuf veuve, divorcé(e), Autre.

**Estimation du défaut de décomposabilité**

Type de mesures	mesures de Sen	mesure de Shorroch
Mesure décomposée	0,4056	0,1860
mesure Globale	4,066	0,1872
défaut de décomposabilité	0,001	0,0011

### 3.5. Décomposition par rapport au niveau d'instruction du chef de ménage.

**K=5** sous-groupes : Aucun, Primaire, Secondaire, Supérieur, Non Déclaré.

#### Estimation du défaut de décomposabilité

Type de mesures	mesures de Sen	mesure de Shorroch
Mesure décomposée	0,4058	0,1690
mesure Globale	4,066	0,1872
défaut de décomposabilité	0,0008	0,0182

## 4. RÉSULTATS ET CONCLUSION.

Sur la base des données ESAM I du Sénégal et pour diverses stratifications, le défaut de décomposition s'élève en général de un à deux pour mille, ce qui est négligeable pour les ordres de grandeurs mesurées de l'ordre moyen de 30%. Pour deux cas, le défaut s'élève à un pour cent, ce qui est encore largement acceptable.

Notre étude conclut sur le fait que les mesures de sen et de Shorroch sont pratiquement décomposables, avec un erreur de un pour cent à deux pour mille. En conséquence, recommandation est faite aux acteurs de la lutte contre la pauvreté, d'utiliser la décomposabilité empirique des mesures de Sen et de Shorroch.

Une telle étude gagnerait à être reproduite pour les variables *revenu* et *dépense*, pour d'autres stratifications et pour d'autres bases de données. Les calculs sont effectués sur la plateforme *Statgbl* du Laboratoire d'Etudes et de Recherches en Statistiques et Développement (LERSTAD).

## 5. EQUIPE COMPLÈTE

L'équipe complète qui a réalisé ce travail comprend Mamadou A. Niang, Bassirou Diagne, Papa A. Camara, Steve A. Matongo, Mohamed S. Ould Mouhamed

## REFERENCES

- [1] **Sen Amartya K.**(1976). Poverty : An Ordinal Approach to Measurement. *Econometrica*, 44, 219-231.
- [2] **Martin Ravallion (1992)**. Poverty Comparisons. A Guide to Concepts and Methods. Lsms, Working Paper, n°88, *WorldBank*.
- [3] **Martin Ravallion (1996)**. Comparaison de la pauvreté : Concepts et méthodes. Lsms Working paper, n°122, *WorldBank*
- [4] **Foster, J.E, J. Greer, and Thorbecke(184)**. A class of decomposable Povert Measure Indices. *Econometrika*, 52, 761-766
- [5] **Taleb Ely Ould Taleb Ahmed (2003)**, *Les mesures de la pauvreté, de l'inégalité et l'impact de la croissance économique*, mémoire de DEA, Université Gaston Berger de Saint-Louis.
- [6] **Ranjan Ray(1989)**, A new class of decomposable poverty measures. *Indian Economy Journal*, vol.36, 30-38.

LERSTAD, UNIVERSITÉ GASTON BERGER DE SAINT-LOUIS, SÉNÉGAL  
*E-mail address:* [ganesamblo@ufrsat.org](mailto:ganesamblo@ufrsat.org), [ganesamblo@yahoo.org](mailto:ganesamblo@yahoo.org)